

**Жаратылыстану-математикалық бағыттағы пәндер бойынша  
XVII ПРЕЗИДЕНТТІК ОЛИМПИАДА****Математикадан бірінші (өңірлік) кезең тапсырмалары****1 есеп**

Кесіндінің ішінде қызыл, жасыл және сары нүктелер белгіленді. Егер сіз кесіндіні тек қызыл нүктелердің бойымен кессеңіз, ол 20 бөлікке бөлінеді. Егер кесінді тек жасыл нүктелердің бойымен кесілсе, ол 24 бөлікке бөлінеді. Егер сіз кесіндіні белгіленген нүктелер бойымен кессеңіз (қызыл, жасыл және сары), онда ол 2024 бөлікке бөлінеді. Тек сары нүктелердің бойымен кесілген кесінді неше бөлікке бөлінеді?

**2 есеп**

Егер  $\sin \alpha + \sin \beta = \sqrt{\frac{5}{3}}$  және  $\cos \alpha + \cos \beta = 1$  болса,  $\cos(\alpha - \beta)$  мәнін табыңыз.

**3 есеп**

$\omega$  –  $ABC$  үшбұрышының сырттай сызылған шеңбері.  $BM$  — медиана.  $BM$  сәулесі  $\omega$ -ны екінші рет  $D$  нүктесінде қияды. Егер  $AB = \sqrt{65}$ ,  $BC = \sqrt{185}$ ,  $AC = 20$  болса,  $BD$  табыңыз.

**4 есеп**

$$f(x) = 4 \sin x + 48 \sin x \cos x + 3 \cos x + 14 \sin^2 x, \quad x \in \mathbb{R}$$

функциясының ең үлкен мәнін табыңыз

**5 есеп**

$S = \frac{1}{1! \cdot 2024!} + \frac{1}{2! \cdot 2023!} + \dots + \frac{1}{1011! \cdot 1014!} + \frac{1}{1012! \cdot 1013!}$  қосындысының мәнін табыңыз.

**XVII ПРЕЗИДЕНТСКАЯ ОЛИМПИАДА  
по предметам естественно-математического цикла****Задания первого (регионального) этапа по математике****Задача 1**

Внутри отрезка отметили красные, зелёные и жёлтые точки. Если разрезать отрезок только по красным точкам, то он распадётся на 20 кусков. Если отрезок разрезать только по зелёным точкам, то он распадётся на 24 куска. Если разрезать по всем отмеченным точкам (красным, зелёным и жёлтым), то он распадётся на 2024 куска. На сколько кусков распадётся отрезок, если его резать только по жёлтым точкам?

**Задача 2**

Вычислить значение  $\cos(\alpha - \beta)$ , если  $\sin \alpha + \sin \beta = \sqrt{\frac{5}{3}}$  и  $\cos \alpha + \cos \beta = 1$ .

**Задача 3**

$\omega$  – описанная окружность треугольника  $ABC$ .  $BM$  – медиана. Луч  $BM$  во второй раз пересекает  $\omega$  в точке  $D$ . Вычислите  $BD$ , если  $AB = \sqrt{65}$ ,  $BC = \sqrt{185}$ ,  $AC = 20$ .

**Задача 4**

Найдите наибольшее значение функции

$$f(x) = 4 \sin x + 48 \sin x \cos x + 3 \cos x + 14 \sin^2 x, \quad x \in \mathbb{R}.$$

**Задача 5**

Вычислите значение суммы  $S = \frac{1}{1! \cdot 2024!} + \frac{1}{2! \cdot 2023!} + \dots + \frac{1}{1011! \cdot 1014!} + \frac{1}{1012! \cdot 1013!}$ .